

2025-2026 年第一学期高二年级 11 月期中摸底调研

数学学科

(总分: 150 分; 考试时长: 120 分钟)

说明: 1. 本测试卷共 19 题, 满分 150 分, 答题时长 120 分钟;

2. 本测试卷测试范围为高中数学;

3. 本测试卷为试卷部分, 答题请答于答题卡之上, 答于本试卷上为无效.

一、单选题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. (22-23 高二上·福建泉州·阶段练习) 直线 $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$ 的倾斜角为 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

2. (24-25 高二上·江苏宿迁·期中) 圆 $x^2 + y^2 + 10x + 10y = 0$ 与圆 $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 18$ 的位置关系为 ()

- A. 外离 B. 外切 C. 相交 D. 内切

3. (22-23 高二上·西藏拉萨·期中) 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_{n+1} - a_n = 4$, 则 a_{51} 的值为 ()

- A. 99 B. 201 C. 102 D. 101

4. (10-11 高二上·陕西宝鸡·期末) 若方程 $\frac{x^2}{k-1} + \frac{y^2}{k-3} = 1$ 表示双曲线, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $k < 1$ B. $1 < k < 3$
C. $k > 3$ D. $k < 1$ 或 $k > 3$

5. (24-25 高二上·江苏泰州·期中) 已知 F 为抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点, 点 M 在 C 上, 且 $|MF| = 7$, 则点 M 到 y 轴的距离为 ()

- A. 6 B. 5 C. 4 D. $4\sqrt{2}$

6. (22-23 高二上·上海浦东新·期末) 若 a, b, c, d 成等比数列, 则下列三个数列: (1) a^2, b^2, c^2, d^2 ; (2) ab, bc, cd ; (3) $a-b, b-c, c-d$, 必成等比数列的个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

7. (24-25 高二上·江苏镇江·期中) 高斯 (Gauss) 被认为是历史上最重要的数学家之一, 并享有“数学王子”之称. 小学进行 $1+2+3+\dots+100$ 的求和运算时, 他这样算的: $1+100=101$, $2+99=101$, $\dots$, $50+51=101$, 共有 50 组, 所以 $50 \times 101 = 5050$, 这就是著名的高斯算法, 课本上推导等差数列前 n 项和的方法正是借助了高斯算法. 已知正数数列 $\{a_n\}$ 是公比不等于 1 的等比数列, 且 $a_1 a_{2024} = 1$, 试根据提示探求: 若 $f(x) = \frac{1}{1+x}$, 则 $f(a_1) + f(a_2) + \dots + f(a_{2024}) =$ ()

- A. 1010 B. 2024 C. 1012 D. 2020

8. (24-25 高二上·山西·阶段练习) 在平面直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的方程为 $x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$, 若直线 $y = kx - 1$ 上存在点 P , 使以 P 点为圆心, 1 为半径的圆与圆 C 有公共点, 则实数 k 的取值范围

是 ()

A. $\left(-\infty, -\frac{1}{4}\right] \cup \left[\frac{1}{4}, +\infty\right)$

B. $\left(-\infty, -\frac{\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{5}}{2}, +\infty\right)$

C. $\left(-\infty, -\frac{\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{5}}{2}, +\infty\right)$

D. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$

二、多选题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. (24-25 高二上·江苏扬州·期中) 下列说法正确的有 ()

A. 直线的斜率越大, 倾斜角越大

B. 直线 $y=3x-2$ 在 y 轴上的截距为 -2

C. 直线 $x-\sqrt{3}y+1=0$ 的斜率为 $\sqrt{3}$

D. 若直线 $y=kx+b$ 经过第一、二、四象限, 则点 (k,b) 在第二象限

10. (23-24 高二上·江苏扬州·开学考试) 已知直线 $l: x+y-5=0$ 与圆 $C: (x-1)^2+y^2=2$, 若点 P 为直线 l 上的一个动点, 下列说法正确的是 ()

A. 直线 l 与圆 C 相交

B. 若点 Q 为圆 C 上的动点, 则 $|PQ|$ 的取值范围为 $[\sqrt{2}, +\infty)$

C. 与直线 l 平行且截圆 C 的弦长为 2 的直线为 $x+y+\sqrt{2}-5=0$ 或 $x+y-\sqrt{2}-5=0$

D. 圆 C 上存在两个点到直线 l 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

11. (24-25 高二上·江苏淮安·期中) 下列说法正确的有 ()

A. 若数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 其公差 $d > 0$, 则数列 $\{a_n\}$ 是递增数列

B. 若数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, 其公比 $q \in (0, 1)$, 则数列 $\{a_n\}$ 是递减数列

C. 若数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 则数列 $\{2^{a_n}\}$ 为等比数列

D. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{1}{a_n} \right) (n \in \mathbb{N}^*)$, 则数列 $\{S_n^2\}$ 是等差数列

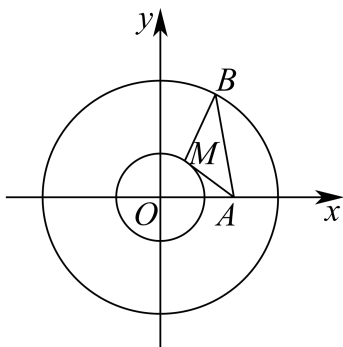
三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. (17-18 高一下·重庆·期末) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 + a_{10} + a_{12} = 18$, 则 $a_8 =$ _____;

13. (24-25 高二上·江苏淮安·期中) 过点 $M(1,1)$ 作斜率为 $\frac{1}{3}$ 的直线与双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 相交于 A, B , 若 M 是线段 AB 的中点, 则双曲线 C 的离心率为 _____

14. (24-25 高二上·江苏苏州·期中) 如图, 已知点 $A(2,0)$, 点 B 为圆 $O_1: x^2 + y^2 = 9$ 上的动点, 若圆

$O_2: x^2 + y^2 = 1$ 上存在一点 M ，使得 $\overline{AM} \perp \overline{BM}$ ，则 $|AB|$ 的取值范围是_____.



四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (24-25 高二上·江苏淮安·期中) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且数列 $\{S_n + 2\}$ 是首项为 4，公比为 2 的等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 若 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n} < \frac{2023}{2024}$ ，求满足条件的最大正整数 n 的值.

16. (23-24 高二上·江苏淮安·期中) 已知直线 $l: x - y - 1 = 0$ ，点 $A\left(\frac{1}{5}, \frac{3}{5}\right)$, $B(1, 1)$, $D(-1, 0)$ ，圆 C 经过 A, B 两点，且圆心在直线 l 上.

(1) 求圆 C 的标准方程；

(2) 若 P 为圆 C 上的动点，求 $PC^2 + PD^2$ 的取值范围.

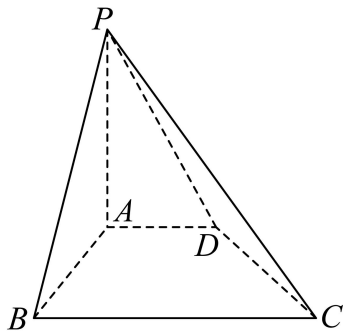
17. (24-25 高二上·江苏苏州·期中) 已知数列 $\{a_n\}$ 和数列 $\{b_n\}$ ， S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $S_n = 2a_n - 2$ ，

$$nb_{n+1} - (n+1)b_n = n^2 + n \quad (n \in \mathbb{N}^*), \quad a_2 = 4b_1.$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 若数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n = \frac{1}{4b_n - 1}$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (24-25 高二上·江苏苏州·期中) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 满足 $AB \perp AD$ ， $AB \perp BC$ ， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ，且 $PA = AB = BC = 2$ ， $AD = 1$.



(1) 求平面 PAB 与平面 PCD 的夹角的余弦值；

(2) 求点 B 到平面 PCD 的距离；

(3)若点 M 为平面 PBC 内的一动点, 若 $DM \perp$ 平面 PBC , 求 CM 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值.

19. (23-24 高三上·上海浦东新·期中) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为

$F_1, F_2, N(-2, 0)$ 为椭圆的一个顶点, 且右焦点 F_2 到双曲线 $x^2 - y^2 = 2$ 渐近线的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)设直线 $l: y = kx + m (k \neq 0)$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点.

①若直线 l 过椭圆右焦点 F_2 , 且 $\triangle AF_1B$ 的面积为 $\frac{12\sqrt{2}}{7}$, 求实数 k 的值;

②若直线 l 过定点 $P(0, 2)$, 且 $k > 0$, 在 x 轴上是否存在点 $T(t, 0)$ 使得以 TA, TB 为邻边的平行四边形为菱形? 若存在, 则求出实数 t 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.