

2025-2026 年第一学期高一年级 11 月期中摸底调研

数学学科

(总分: 150 分; 考试时长: 120 分钟)

说明: 1. 本测试卷共 19 题, 满分 150 分, 答题时长 120 分钟;

2. 本测试卷测试范围为高中数学;

3. 本测试卷为试卷部分, 答题请答于答题卡之上, 答于本试卷上为无效.

一、单选题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. (23-24 高一上·贵州·阶段练习) “ $\exists m \in (0, +\infty)$, $m^3 + 1 > m$ ”的否定是 ()

A. $\exists m \in (0, +\infty)$, $m^3 + 1 \leq m$

B. $\exists m \notin (0, +\infty)$, $m^3 + 1 \leq m$

C. $\forall m \in (-\infty, 0]$, $m^3 + 1 > m$

D. $\forall m \in (0, +\infty)$, $m^3 + 1 \leq m$

2. (24-25 高一上·江苏盐城·期中) 下列各式中, 正确的个数是 ()

① $\{0\} \in \{0, 1, 2\}$; ② $0 \in \mathbb{N}$; ③ $\frac{3}{2} \in \mathbb{Q}$; ④ $\emptyset = \{0\}$; ⑤ $\{0, 1\} = \{(0, 1)\}$; ⑥ $\emptyset = \{\emptyset\}$.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

3. (22-23 高一上·广东深圳·期中) 已知 $f(x) = \begin{cases} (2a-1)x-1, & x < 1 \\ -x-4a, & x \geq 1 \end{cases}$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的单调函数, 则 a 的取值范围是 ()

A. $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$

B. $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right]$

C. $\left(\frac{1}{2}, 1\right]$

D. $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right)$

4. (24-25 高一上·江苏扬州·期中) “ $a > b$, $c > d$ ”是“ $ac > bd$ ”成立的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. (24-25 高一上·江苏镇江·期中) 已知实数 m 为常数, 对于幂函数 $f(x) = (m^2 - m - 1)x^m$, 甲说: $f(x)$ 是奇函数; 乙说: $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增; 丙说: $f(x)$ 的定义域是 $\mathbb{R}$. 甲、乙、丙三人关于幂函数 $f(x)$ 的论述只有一人是错误的, 则 m 的取值为 ()

A. -1

B. 1

C. 2

D. -1 或 2

6. (23-24 高一上·北京·阶段练习) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \geq 1 \\ x - 2, & x < 1 \end{cases}$, 若 $f(f(a)) = 3$, 则 $a =$ ()A. $\sqrt{3}$

B. 0

C. $\sqrt{3}$ 或 0D. $\pm\sqrt{3}$ 7. (24-25 高一上·江苏宿迁·期中) $\exists x \in \{x | 1 \leq x \leq 2\}$ 时, 不等式 $x^2 - x - m \leq 0$ 成立, 则 m 的取值范围是 ()

A. $\{m | m \leq 2\}$

B. $\{m | m \geq 2\}$

C. $\{m | 1 < m < 2\}$

D. $\{m | m \geq 0\}$

8. (24-25 高一上·江苏宿迁·期中) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 对任意的 $x_1 < x_2$, 都有 $f(x_1) - f(x_2) > x_1 - x_2$, 则不等式 $f(2x+1) - f(x-1) < x+2$ 的解集是 ()

- A. $(-1, +\infty)$ B. $(-2, +\infty)$
C. $(-3, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$

二、多选题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. (20-21 高一上·湖南郴州·阶段练习) 下列关系中, 正确的有 ()

- A. $\emptyset \subseteq \{0\}$ B. $\frac{1}{3} \in \mathbf{Q}$ C. $\mathbf{Q} \subseteq \mathbf{Z}$ D. $\emptyset \in \{0\}$

10. (24-25 高一上·江苏扬州·期中) 已知 $a, b \in (0, +\infty)$, 且 $a+2b=4$, 则 ()

- A. $2^a + 4^b$ 的最小值为 8 B. $\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ 的最小值为 9
C. $a^2 + b^2$ 的最小值为 $\frac{16}{5}$ D. $\sqrt{1+a} + \sqrt{1+2b}$ 的最小值为 $2\sqrt{3}$

11. (24-25 高一上·江苏苏州·期中) 下列说法中正确的是 ()

- A. 使“ $a > b$ ”成立的一个充分不必要条件是 $ac^2 > bc^2$
B. 设 a, b, c 是实数, 满足 $a+b+c=1, a^2+b^2+c^2=1, a \neq 0$, 则 $\frac{bc}{a^3}$ 最小值为 0
C. 设集合 $M = \{1, 2, 3, \dots, 2023\}$, 现对 M 的任意一非空子集 X , 令 a_x 表示 X 中最大数与最小数之和, 则所有这样的 a_x 的算术平均数为 2024
D. 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是 $\mathbf{R}$ 上的函数, 且 $f[g(x)] = x$ 有实数解, 则 $g[f(x)]$ 可能是 $x^2 + x - \frac{1}{5}$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. (24-25 高一上·江苏泰州·期中) 若命题 $P: \forall x \in \mathbf{R}, ax^2 - ax + 2 > 0$ 为真命题, 则实数 a 的取值范围为_____.

13. (2024·全国甲卷·高考真题) 已知 $a > 1$ 且 $\frac{1}{\log_8 a} - \frac{1}{\log_a 4} = -\frac{5}{2}$, 则 $a =$ _____.

14. (24-25 高一上·江苏苏州·期中) 已知 $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A \subseteq M$, $B = \{0, 1\}$, 若函数 $f: A \rightarrow B$ 的值域是 B 且对任意 $x, y \in A, x < y$, 都有 $f(x) \leq f(y)$, 则满足如上条件的函数的个数为_____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (24-25 高一上·江苏镇江·期中) (1) 计算: $(0.027)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{4+2\sqrt{3}}$;

(2) 因式分解: $x^2 - xy - 2y^2 - 2x + y + 1$;

(3) 已知 $a, b \in \mathbf{R}, a+b=2\sqrt{2}, a^2+b^2=6$, 求 a^3+b^3 的值.

16. (24-25 高一上·江苏镇江·期中) 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \left\{x \mid \frac{1}{2} \leq (\sqrt{2})^x \leq 8\right\}$, $B = \left\{x \mid \frac{x-1}{x+1} > 2\right\}$, $C = \{x \mid |x-a| \geq 2\}$.

(1) 求 $A \cap B$, $A \cup (\complement_U B)$;

(2) 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in C$ ”的充分条件, 求实数 a 的取值范围.

17. (23-24 高一上·北京·期中) 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, 有 $f(x) = \frac{4x}{x+4}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 判断函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上的单调性, 并用定义证明;

(3) 若关于 x 的不等式 $f(2x^2+1) > f(m)$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 求 m 的取值范围.

18. (24-25 高一上·江苏苏州·期中) 小明同学在学习“对勾函数” $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 的图象与性质后, 研究了函数 $g(x) = x^2 + \frac{2}{x}$, 发现: 函数 $g(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减, 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增.

(1) 证明: $g(x)$ 是 $(1, +\infty)$ 上的单调递增函数;

(2) 若对任意 $x \in [\frac{1}{2}, 2]$, $f(x) \geq \frac{m}{x} - \frac{2}{x^2}$ 恒成立, 求实数 m 的最大值;

(3) 是否存在正实数 a, b , 使得函数 $h(x) = x^3 + 2$, $x \in [a, b]$ 的值域为 $[a, b]$? 若存在, 求出 a, b ; 若不存在, 请说明理由.

19. (24-25 高一上·江苏苏州·期中) 已知函数 $f(x) = x + \frac{4}{x}$.

(1) 判断 $f(x)$ 的奇偶性, 并证明你的结论;

(2) 记 $g(x) = |f(x) - 5|$.

(i) 讨论 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性, 并说明理由. 再请直接写出 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调区间;

(ii) 是否存在这样的区间 $[a, b] (a > 0)$, 使得 $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上是单调函数, 且 $g(x)$ 的取值范围是 $[\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}b]$.

若存在, 求出区间 $[a, b]$; 若不存在, 请说明理由