

高一期中调研试卷

数 学

2026.04

注 意 事 项

学生在答题前请认真阅读本注意事项及答题要求：

1. 本卷共 4 页，包含单项选择题（第 1 题~第 8 题）、多项选择题（第 9 题~第 11 题）、填空题（第 12 题~第 14 题）、解答题（第 15 题~第 19 题）。本卷满分 150 分，答题时间为 120 分钟。答题结束后，请将答题卡交回。
2. 答题前，请您务必将自己的姓名、调研序列号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在答题卡的规定位置。
3. 请在答题卡上按照顺序在对应的答题区域内作答，在其他位置作答一律无效。作答必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔。请注意字体工整，笔迹清楚。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $2\sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{6}$ 的值为
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1
2. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ，若 $b=3$ ， $c=2$ ， $\cos A=\frac{3}{4}$ ，则 $a=$
A. 2 B. 3 C. $2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{22}$
3. 已知 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$ ， α 为第二象限角，则 $\sin(\alpha-\frac{\pi}{3})$ 的值为
A. $\frac{-4-3\sqrt{3}}{10}$ B. $\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$ C. $\frac{-4+3\sqrt{3}}{10}$ D. $\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$
4. 设 a, b 是两个非零向量，则下列说法正确的是
A. 若 $|a|>|b|$ ，且 a 与 b 同向，则 $a>b$
B. 若 $a\cdot b=a\cdot c$ ，则 $b=c$
C. 若 a, b 是两个单位向量，则 $a\cdot b=1$
D. 若 $|a+b|=|a-b|$ ，则 $a\perp b$
5. 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 BC 中点，记 $\overrightarrow{AB}=m$ ， $\overrightarrow{AD}=n$ ，则 $\overrightarrow{AC}=$
A. $-m+2n$ B. $m-2n$ C. $-2m+n$ D. $2m-n$
6. 已知 $\cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{5}$ ， $\tan\alpha\tan\beta=\frac{1}{2}$ ，则 $\cos(\alpha-\beta)=$
A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

7. 飞行器飞行中的地速(GS)是指飞行器相对于地面的实际速度, 它由飞行器相对于周围空气的空速(TAS)向量加减风速(WS)向量得出, 其中风速顺风为加, 逆风为减. 已知某飞行器逆风飞行, 在某时刻测得风速对应向量为 $(45, 25)$, 地速对应的向量为 $(315, 245)$, 则飞行器在该时刻的空速大小约为(单位: km/h)

A. 400 B. 450 C. 560 D. 630

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0, \end{cases}$ a, b, c 是平面内三个不同的单位向量, 若 $f(a \cdot b) = 0$,

且 $f(c \cdot a) + f(c \cdot b) = 0$, 则 $|a + b - 2c|$ 的取值范围是

A. $(1, \sqrt{5})$ B. $(\sqrt{2}, \sqrt{5})$ C. $(1, 3)$ D. $(\sqrt{2}, \sqrt{10})$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

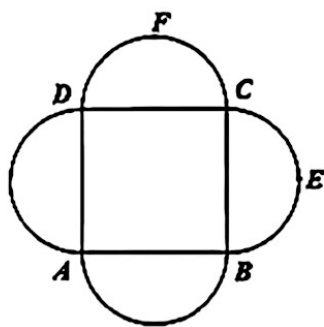
9. 对于函数 $f(x) = \sin 2x$ 与 $g(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$, 下列说法正确的有

A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的最小正周期
B. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的对称轴
C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的最值
D. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的零点

10. 窗花是贴在窗户玻璃上的贴纸, 它是中国古老的传统民间艺术之一. 在 2026 年马年新春, 有人设计了一种由外围四个大小相等的半圆和中间正方形所构成的剪纸窗花 (如图 1). 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 四个半圆的圆心均为正方形 $ABCD$ 各边的中点 (如图 2), 若 E, F 分别为弧 BC , 弧 CD 的中点, 则



第 10 题 (图 1)



第 10 题 (图 2)

- A. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AC}$
B. $\overrightarrow{AE}$ 与 $\overrightarrow{AF}$ 的夹角为 45°
C. $\overrightarrow{AE}$ 在 $\overrightarrow{AF}$ 方向上的投影向量为 $\frac{3}{5}\overrightarrow{AF}$
D. $(\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EB}) \cdot \overrightarrow{EF} = 8$

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , $\sin A \sin B \sin C = \frac{1}{2}$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 1, 则下列命题正确的是

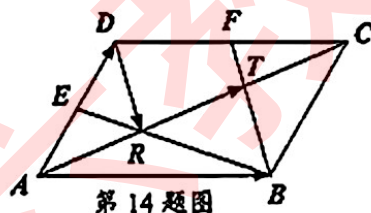
- A. $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 1 B. $abc = 4$
C. $b^2 + c^2 \geq 4$ D. $\triangle ABC$ 可能为钝角三角形

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知向量 $a = (2, y)$, $b = (1, 2)$, 且 $a \parallel b$, 则 $y =$.

13. 已知 $\frac{1 + \sin 2\theta}{2\cos^2 \theta + \sin 2\theta} = \frac{3}{2}$, 则 $\tan 2\theta =$.

14. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别是边 AD, DC 边的中点, BE, BF 分别与 AC 交于 R, T 两点. 若 $2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + 9\overrightarrow{DR} \cdot \overrightarrow{AT} = 0$, 则 $\frac{AB}{AD}$ 的值是 .



四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)

已知向量 e_1, e_2 是夹角为 60° 的单位向量, $a = 2e_1 + e_2$, $b = -3e_1 + 2e_2$.

- (1) 求 $e_1 \cdot e_2$ 及 $|a|$ 的值;
(2) 求 a 与 b 的夹角的大小.

16. (15 分)

已知向量 $m = (\sqrt{3}\sin \frac{\omega x}{2}, \cos \frac{\omega x}{2})$, $n = (\cos \frac{\omega x}{2}, 0)$, 设函数 $f(x) = n \cdot (m - n) + \frac{1}{2} (\omega > 0)$,

且 $f(x)$ 的图象相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$.

- (1) 求 ω 的值, 并直接写出 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的单调增区间;
(2) 若 $f(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{3}) = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = -\frac{7}{10}\sqrt{2}$, 且 $\alpha, \beta \in (0, \pi)$, 求 $\alpha + \beta$ 的值.

17. (15 分)

记锐角 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b^2 + c^2 - a^2 = 2\cos A$.

- (1) 求 bc ;
(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$, 求 $\frac{a\cos B - b\cos A}{a\cos B + b\cos A} + \frac{b}{c}$ 的值.

18. (17分)

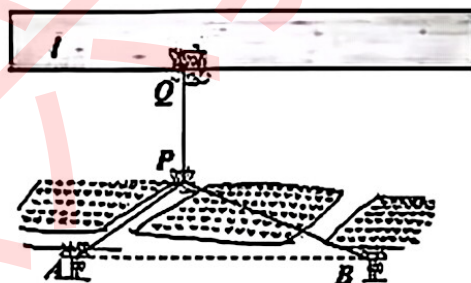
如图，在河流一侧农田里有两个灌溉点 A, B ，它们到河岸线 l 的距离都为 3 百米。为了铺设管道取水，计划在河岸线 l 上找一点 Q 修建抽水点，在 AB 与 l 之间修建中转接水点 P ，设计铺设三条直线管道 PA, PB, PQ ，其中 $AB = 2\sqrt{3}$ 百米， $PQ \perp l$ ， $\angle APB = \frac{2\pi}{3}$ 。记铺设管道的总长度为 y 百米。

(1) 按下列要求建立函数关系式：

(i) 设 $\angle PAB = \theta(\text{rad})$ ，将 y 表示成 θ 的函数；

(ii) 设 $PQ = x$ 百米，将 y 表示成 x 的函数；

(2) 请你选用 (1) 中的一个函数关系式，求铺设管道总长度的最小值。



第 18 题图

19. (17分)

已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边，且 $a \cos C + \sqrt{3} a \sin C = b + c$ 。

(1) 求角 A 的大小；

(2) 当 $a = 2\sqrt{3}$ 时，

(i) 设 BC, AC 边上的两条中线 AD, BE 相交于点 G ，求 $\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC}$ 的最大值；

(ii) 求 $\left| \frac{\cos B}{\sin C} \overrightarrow{AB} + \frac{\cos C}{\sin B} \overrightarrow{AC} \right|$ 的值。

2025~2026 学年第二学期高一期中调研试卷

数学参考答案

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	B	D	A	C	B	D

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.

题号	9	10	11
答案	AC	ACD	ABC

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 4; 13. $-\frac{4}{3}$; 14. $\sqrt{2}$.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.

15. 解：(1) 因为向量 e_1, e_2 是夹角为 60° 的单位向量，

所以 $e_1 \cdot e_2 = |e_1||e_2|\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, 2 分

所以 $|a|^2 = 4e_1^2 + 4e_1e_2 + e_2^2 = 4 + 4 \times \frac{1}{2} + 1 = 7$, 则 $|a| = \sqrt{7}$ 6 分

(2) 因为 $|b|^2 = 9e_1^2 - 12e_1e_2 + 4e_2^2 = 9 - 12 \times \frac{1}{2} + 4 = 7$, 则 $|b| = \sqrt{7}$ 8 分

$a \cdot b = -6e_1^2 + e_1 \cdot e_2 + 2e_2^2 = -6 + \frac{1}{2} + 2 = -\frac{7}{2}$, 10 分

所以 $\cos \langle a, b \rangle = \frac{a \cdot b}{|a||b|} = \frac{-\frac{7}{2}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = -\frac{1}{2}$, 又 $\langle a, b \rangle \in [0, \pi]$,

所以 a 与 b 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$ 13 分

16. 解：(1) $f(x) = n \cdot (m - n) + \frac{1}{2} = \sqrt{3} \sin \frac{\omega x}{2} \cos \frac{\omega x}{2} - \cos^2 \frac{\omega x}{2} + \frac{1}{2}$ 1 分

$f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega x - \frac{1}{2} \cos \omega x$ 3 分

$= \sin(\omega x - \frac{\pi}{6})$ 5 分

因为 $f(x)$ 的图象相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$,

所以 $f(x)$ 的周期 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi$, 所以 $\omega = 2$, 故 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 6 分

所以 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的单调增区间是 $[0, \frac{\pi}{3}]$, $[\frac{5\pi}{6}, \pi]$ 8 分

(2) 由 (1) 知 $f(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{3}) = \sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) = \cos \alpha = \frac{3}{5} > 0$, 10 分

且 $\alpha \in (0, \pi)$, 所以 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 所以 $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{4}{5}$.

因为 $\beta \in (0, \pi)$, 且 $\cos \beta = -\frac{7}{10}\sqrt{2}$, 所以 $\beta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$,

则 $\alpha + \beta \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$, $\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \frac{\sqrt{2}}{10}$ 12 分

所以 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{4}{5} \times (-\frac{7\sqrt{2}}{10}) + \frac{3}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{10} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, ... 14 分

所以 $\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4}$ 15 分

17. 解: (1) 因为 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, 所以 $b^2 + c^2 - a^2 = 2bc \cos A = 2 \cos A$, ... 2 分

因为 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 所以 $\cos A > 0$, 所以 $bc = 1$ 5 分

(2) 因为 $\triangle ABC$ 的面积为 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{\sqrt{3}}{4}$, 所以 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 8 分

而 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 所以 $A = \frac{\pi}{3}$ 10 分

法一: 由正弦定理可得 $\frac{a \cos B - b \cos A}{a \cos B + b \cos A} + \frac{b}{c} = \frac{\sin A \cos B - \sin B \cos A}{\sin A \cos B + \sin B \cos A} + \frac{\sin B}{\sin C}$

..... 12 分

$$\begin{aligned} &= \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3} - B\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{3} + B\right)} + \frac{\sin B}{\sin\left(\frac{\pi}{3} + B\right)} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3} - B\right) + \sin B}{\sin\left(\frac{\pi}{3} + B\right)} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos B - \frac{1}{2} \sin B + \sin B}{\sin\left(\frac{\pi}{3} + B\right)} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos B + \frac{1}{2} \sin B}{\sin\left(\frac{\pi}{3} + B\right)} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3} + B\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{3} + B\right)} = 1, \end{aligned}$$

故 $\frac{a \cos B - b \cos A}{a \cos B + b \cos A} + \frac{b}{c} = 1$ 15 分

法二: 由余弦定理可得

$$a \cos B + b \cos A = a \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} + b \cdot \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{2c^2}{2c} = c, \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } \frac{a \cos B - b \cos A}{a \cos B + b \cos A} + \frac{b}{c} = \frac{a \cos B - \frac{1}{2}b}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a \cos B + \frac{1}{2}b}{c} = \frac{a \cos B + b \cos A}{c} = 1,$$

故 $\frac{a \cos B - b \cos A}{a \cos B + b \cos A} + \frac{b}{c} = 1$ 15 分

18. 解: (1) (i) 因为 $\angle PAB = \theta$, $AB = 2\sqrt{3}$,

$$\text{所以由正弦定理得 } \frac{PB}{\sin \theta} = \frac{PA}{\sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)} = \frac{AB}{\sin \frac{2\pi}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4,$$

所以 $PB = 4\sin\theta$, $PA = 4\sin(\frac{\pi}{3} - \theta)$ 2 分

点 P 到 AB 的距离为 $PA\sin\theta = 4\sin(\frac{\pi}{3} - \theta)\sin\theta$,

所以 $PQ = 3 - 4\sin(\frac{\pi}{3} - \theta)\sin\theta$ 4 分

所以 $y = PA + PB + PQ = 4\sin\theta + 4\sin(\frac{\pi}{3} - \theta) - 4\sin(\frac{\pi}{3} - \theta)\sin\theta + 3$, $\theta \in (0, \frac{\pi}{3})$.
..... 5 分

(ii) 由余弦定理得 $AB^2 = PA^2 + PB^2 - 2PA \cdot PB \cdot \cos\angle APB$,

则 $PA^2 + PB^2 + PA \cdot PB = 12$. ① 6 分

因为点 P 到 AB 的距离为 $3 - x$, 所以 $\frac{1}{2}PA \cdot PB \cdot \sin\frac{2\pi}{3} = \frac{1}{2}(3 - x) \cdot AB$,

所以 $\frac{\sqrt{3}}{2}PA \cdot PB = 2\sqrt{3}(3 - x)$, 即 $PA \cdot PB = 4(3 - x)$. ②

由①②得 $(PA + PB)^2 = 24 - 4x$, 9 分

所以 $PA + PB = 2\sqrt{6 - x}$, $x \in [2, 3)$,

所以 $y = PA + PB + PQ = 2\sqrt{6 - x} + x$, $x \in [2, 3)$ 10 分

(2) 若选用 (i), $y = 4\sin\theta + 4\sin(\frac{\pi}{3} - \theta) - 4\sin(\frac{\pi}{3} - \theta)\sin\theta + 3$

$$= 2\sin\theta + 2\sqrt{3}\cos\theta - 2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta + 2\sin^2\theta + 3$$

$$= 4\sin(\theta + \frac{\pi}{3}) - 2\sin(2\theta + \frac{\pi}{6}) + 4$$

$$= 4\sin(\theta + \frac{\pi}{3}) + 2\cos 2(\theta + \frac{\pi}{3}) + 4 \quad \text{..... 13 分}$$

因为 $\theta + \frac{\pi}{3} \in (\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3})$, 令 $t = \sin(\theta + \frac{\pi}{3}) \in (\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$,

则 $y = 4t + 2(1 - 2t^2) + 4 = -4(t - \frac{1}{2})^2 + 7$, 15 分

当 $t = 1$ 即 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 时, $y_{\min} = 6$.

所以三条取水管道的总长度最小值为 6 百米. 17 分

若选用 (ii), 令 $\mu = \sqrt{6 - x} \in (\sqrt{3}, 2]$, 则 $x = 6 - \mu^2$ 13 分

所以 $y = 2\mu + 6 - \mu^2 = -(\mu - 1)^2 + 7$ 15 分

当 $\mu = 2$ 即 $x = 2$ 时, $y_{\min} = 6$.

所以三条取水管道的总长度最小值为 6 百米. 17 分

19. 解: (1) 因为 $a \cos C + \sqrt{3} a \sin C = b + c$, 由正弦定理得,

$$\sin A \cos C + \sqrt{3} \sin A \sin C = \sin B + \sin C, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{因为 } \sin B + \sin C = \sin(A + C) + \sin C = \sin A \cos C + \sin C \cos A + \sin C,$$

$$\text{所以 } \sqrt{3} \sin A \sin C = \sin C \cos A + \sin C, \text{ 又 } 0 < C < \pi, \text{ 则 } \sin C > 0,$$

$$\text{所以 } \sqrt{3} \sin A - \cos A = 1, \text{ 即 } \sin(A - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{因为 } 0 < A < \pi, \text{ 所以 } -\frac{\pi}{6} < A - \frac{\pi}{6} < \frac{5\pi}{6}, \text{ 所以 } A - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}, \text{ 故 } A = \frac{\pi}{3}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) (i) 因为 BC, AC 边上的两条中线 AD, BE 相交于点 G ,

$$\text{所以 } G \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的重心, 所以 } \overrightarrow{GD} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} = \frac{1}{6} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}). \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned} \text{则 } \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} &= (\overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DB}) \cdot (\overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{GD}^2 + (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) \cdot \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{GD}^2 - \overrightarrow{DB}^2 = \overrightarrow{GD}^2 - 3 \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\text{而 } \overrightarrow{GD}^2 = \frac{1}{36} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})^2 = \frac{1}{36} (\overrightarrow{AB}^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}^2) = \frac{1}{36} (c^2 + b^2 + bc).$$

$$\text{由余弦定理得 } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = b^2 + c^2 - bc = 12,$$

$$\text{所以 } b^2 + c^2 = bc + 12 \geq 2bc, \text{ 所以 } bc \leq 12, \text{ 当且仅当 } b = c = 2\sqrt{3} \text{ 时, 取等号.} \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } \overrightarrow{GD}^2 = \frac{1}{36} (c^2 + b^2 + bc) = \frac{1}{36} (12 + 2bc) \leq 1, \text{ 所以 } \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} \leq -2,$$

$$\text{故 } \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} \text{ 的最大值为 } -2. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

(ii) 设 R 为外接圆半径.

$$\text{由正弦定理得 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 4 = 2R,$$

$$\text{所以 } b = 4 \sin B, c = 4 \sin C, \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned} \text{则 } \left| \frac{\cos B}{\sin C} \overrightarrow{AB} + \frac{\cos C}{\sin B} \overrightarrow{AC} \right|^2 &= \left(\frac{\cos B}{\sin C} \right)^2 \cdot c^2 + \frac{2 \cos B \cos C}{\sin B \sin C} \cdot bc \cos A + \left(\frac{\cos C}{\sin B} \right)^2 \cdot b^2 \\ &= 16 \cos^2 B + 16 \cos B \cos C + 16 \cos^2 C, \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\text{由于 } A = \frac{\pi}{3}, \text{ 故可设 } B = \frac{\pi}{3} + \theta, C = \frac{\pi}{3} - \theta, \theta \in (-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}),$$

$$\text{所以 } 16 \cos^2 B + 16 \cos B \cos C + 16 \cos^2 C$$

$$= 16 \left[\cos^2 \left(\frac{\pi}{3} + \theta \right) + \cos \left(\frac{\pi}{3} + \theta \right) \cos \left(\frac{\pi}{3} - \theta \right) + \cos^2 \left(\frac{\pi}{3} - \theta \right) \right]$$

$$\begin{aligned} &= 16 \left[\left(\frac{1}{2} \cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta \right) \left(\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta \right)^2 \right] \end{aligned}$$

$$= 16 \left(\frac{1}{2} \cos^2 \theta + \frac{1}{4} \cos^2 \theta - \frac{3}{4} \sin^2 \theta + \frac{3}{2} \sin^2 \theta \right) = 12,$$

$$\text{所以 } \left| \frac{\cos B}{\sin C} \overrightarrow{AB} + \frac{\cos C}{\sin B} \overrightarrow{AC} \right| = 2\sqrt{3}. \quad \dots\dots\dots 17 \text{ 分}$$